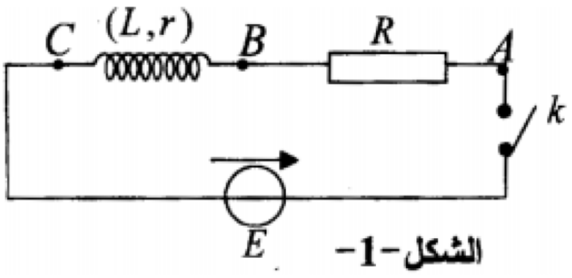
التمرين 01:



نربط على التسلسل العناصر الكهربائية التالية :

- مولد ذي توتر ثابت $E= 12\ V$.
- وشيعة ذاتيتها $L=300mH$ مقاومتها $r=10\Omega$.
- ناقل أومي مقاومته $R=110\Omega$.
- قاطعة K. الشكل -1-

1- في اللحظة t=0 نغلق القاطعة K :

أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي شدة التيار الكهربائي في الدارة .

2- كيف يكون سلوك الوشيعة في النظام الدائم ؟ وما هي عندئذ عبارة شدة التيار الكهربائي I_0 الذي يجتاز الدارة .

3- باعتبار العلاقة $i(t) = A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ حلا للمعادلة التفاضلية المطلوبة في السؤال -1-

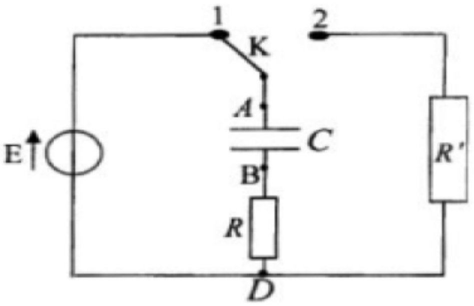
أ- أوجد العبارة الحرفية لكل من A و τ .

ب- استنتج عبارة التوتر الكهربائي u_{BC} بين طرفي الوشيعة .

4- أ- أحسب قيمة التوتر الكهربائي u_{BC} في النظام الدائم .

ب- أرسم كيفيا شكل البيان $u_{BC} = f(t)$.

التمرين 02:



نحقق التركيب الكهربائي التجريبي المبين في الشكل المقابل باستعمال التجهيز

- مكثفة سعتها (C) غير مشحونة .
- ناقلين أوميين مقاومتيهما $(R=R'= 470\Omega)$.
- مولد ذي توتر ثابت (E) .
- بادلة (K) ، اسلاك توصيل .

1- نضع البادلة عند الوضع (1) في اللحظة t=0:

أ- بين على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة ثم مثل بأسهم التوترين u_R و u_c .

ب- عبر عن u_R و u_c بدلالة شحنة المكثفة $q = q_A$ ثم أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q .

جـ - تقبل هذه المعادلة التفاضلية حلا من الشكل : $q(t) = A(1-e^{-\alpha t})$. عبر عن A و α بدلالة C ، R ، E .

د- اذا كانت قيمة التوتر الكهربائي عند نهاية الشحن بين طرفي المكثفة (5V) ، استنتج قيمة (E) .

هـ - عندما تشحن المكثفة كليا تخزن طاقة $(E_c = 5mJ)$ ، استنتج سعة المكثفة (C) .

2- نجعل البادلة الآن عند الوضع (2) :

أ- ماذا يحدث للمكثفة ؟

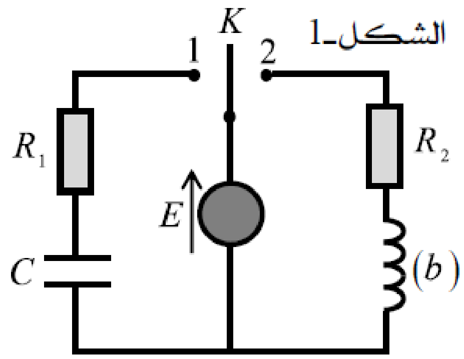
ب- قارن بين قيمتي ثابت الزمن الموافق للوضعين (1) ثم (2) للبادلة (K) .

التمرين 03:

نحقق التركيب التجريبي الموضح في الشكل_1 و المكون من :

- مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية E.
- مكثفة فارغة سعتها C.
- ناقلين أوميين مقاومته $R_1 = 2K\Omega$ و $R_2 = 35\Omega$.
- وشيعة (b) ذاتيتها L و مقاومتها r.
- بادلة كهربائية K، أسلاك التوصيل.

الشكل_1

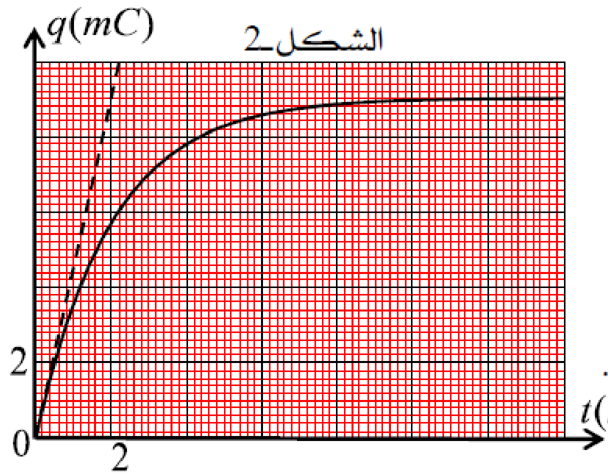


I ـ عند اللحظة $t = 0$ نضع البادلة K في الوضع (1).

1ـ بتطبيق قانون جمع التوترات ، جد المعادلة التفاضلية لتطور شحنة المكثفة $q(t)$.

2ـ تقبل المعادلة التفاضلية السابقة حلا من الشكل $q(t) = Ae^{\alpha t} + B$ حيث: A و B و α ثوابت ، يطلب تعيين عبارتها بدلالة مميزات الدارة الكهربائية.

الشكل_2



3ـ الدراسة التجريبية مكنتنا من رسم المنحنى البياني $q = f(t)$ كما هو مبين في الشكل_2.

أ ـ بالاعتماد على المنحنى البياني جد قيمة الثابت α.

ب ـ احسب سعة المكثفة C.

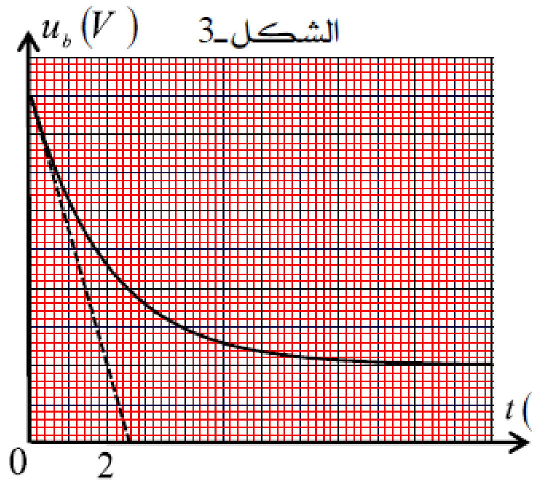
جـ ـ أحسب القوة المحركة الكهربائية E للمولد.

4ـ عبر عن شدة التيار المار في الدارة الكهربائية i بدلالة شحنة المكثفة q، ثم أحسب شدة التيار الكهربائي في اللحظة $t = 4s$.

5ـ أحسب قيمة الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t = 4s$.

II ـ عند لحظة زمنية نعتبرها كمبدأ جديد للأزمنة نؤرجح البادلة إلى الوضع (2)، و نتابع تغيرات التوتر u_b بين طرفي الوشيعة (b) بدلالة الزمن t، بواسطة راسم الاهتزاز ذو ذاكرة و الذي يظهر على شاشته البيان الموضح في الشكل_3.

الشكل_3



1ـ بين على الدارة الكهربائية كيفية ربط راسم الاهتزاز لمشاهدة المنحنى البياني $u_b = g(t)$ المبين في الشكل_3.

2ـ أ ـ حدد سلم محور تراتيب المنحنى $u_b = g(t)$.

ب ـ جد شدة التيار الكهربائي الأعظمي I_0 في النظام الدائم.

3ـ بتطبيق قانون جمع التوترات، جد المعادلة التفاضلية للتيار $i(t)$.

4ـ تقبل المعادلة التفاضلية السابقة حلا من الشكل $i(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right)$، حيث A و τ_2 ثابتين يطلب تعيين عبارتيهما بدلالة مميزات الدارة .

5ـ أثبت أن عبارة التوتر $u_b(t)$ بين طرفي الوشيعة تكتب من الشكل: $u_b(t) = \dfrac{rE}{R_2 + r} + \dfrac{R_2 E}{R_2 + r} e^{-\frac{t}{\tau_2}}$.

6ـ برهن أن المماس للمنحنى $u_b = h(t)$ عند اللحظة $t = 0$ يقطع المستقيم المقارب $u_b = u_b(\infty)$ في اللحظة $t = \tau_2$ ، ثم حدد قيمة ثابت الزمن τ_2 . 7ـ جد قيمة ذاتية الوشيعة L ، ثم استنتج قيمة مقاومة الوشيعة r .

8ـ برهن أن زمن وصول الطاقة المخزنة في الوشيعة إلى النصف هو: $t_{1/2} = \tau_2 \ln\left(\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}\right)$.

التمرين 01:

1- إيجاد المعادلة التفاضلية التي تعطي شدة التيار الكهربائي في الدارة :

بتطبيق قانون جمع التوترات : $u_R + u_b = E$

نعلم أن: $u_b = ri + L\frac{di}{dt}$ و $u_R = R.i$ أي : $R.i + r.i + L\frac{di}{dt} = E$ إذن : $(R+r)i + L\frac{di}{dt} = E$

بقسمة طرفي المعادلة على L نجد : $\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L}$ و هي المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار الكهربائي في الدارة .

2- في النظام الدائم تسلك الوشيعة سلوك ناقل أومي عادي لأن : $\frac{di}{dt} = 0$ عندئذ عبارة شدة التيار الكهربائي I_0 الذي يجتاز الدارة : $\frac{(R+r)}{L}I_0 = \frac{E}{L} \Leftarrow I_0 = \frac{E}{(R+r)} = 0.1A$

3- باعتبار العلاقة $i(t) = A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ حلا للمعادلة التفاضلية المطلوبة في السؤال -1-

أ- إيجاد العبارة الحرفية لكل من A و τ :

$i(t) = A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ بالاشتقاق بالنسبة لزمن نجد : $\frac{di}{dt} = \frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ نعوض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(R+r)}{L}A(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{E}{L} \qquad A.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{(R+r)}{L}\right) + \frac{A(R+r)}{L} = \frac{E}{L}$$

إذن : $\frac{1}{\tau} - \frac{(R+r)}{L} = 0 \Leftarrow \tau = \frac{L}{(R+r)}$ و $\frac{A(R+r)}{L} = \frac{E}{L} \Leftarrow A = \frac{E}{(R+r)}$

ب- استنتاج عبارة التوتر الكهربائي u_{BC} بين طرفي الوشيعة : بوضع $u_b = u_{BC}$

بتطبيق قانون جمع التوترات: $u_R + u_b = E$ إذن : $u_b = E - u_R = E - R.i$

$$u_b = E - R\left(I_0(1-e^{-\frac{(R+r)}{L}t})\right) = E - RI_0 + R.I_0.e^{-\frac{(R+r)}{L}t}$$

- نعلم أن $E = I_0(R+r)$ ومنه $E = I_0.R + I_0.r \Leftarrow I_0 = \frac{E}{(R+r)}$

ومنه : $u_b = I_0.r + R.I_0.e^{-\frac{(R+r)}{L}t}$: $u_b = I_0.\left(r + R.e^{-\frac{(R+r)}{L}t}\right)$

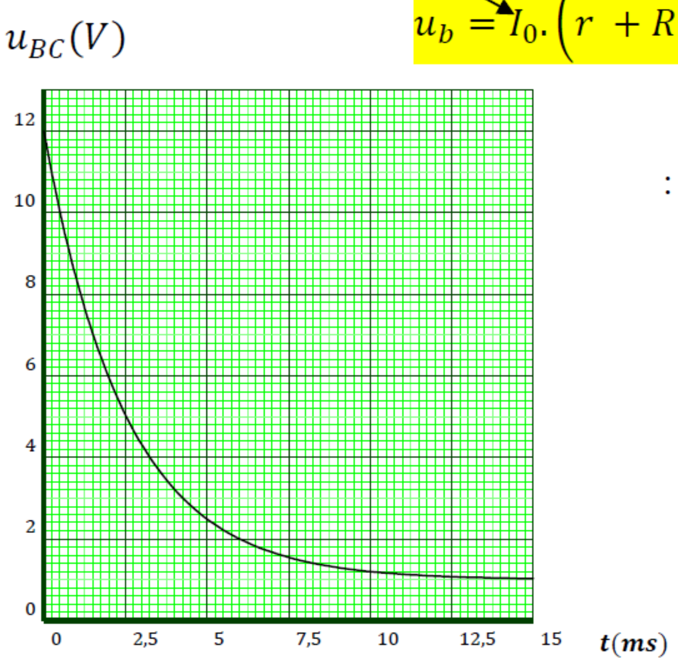
$$\Leftarrow u_b(t) = \frac{E}{R+r}\left(r + Re^{-\frac{(R+r)}{L}t}\right)$$

4- أ- حساب قيمة التوتر الكهربائي u_{BC} في النظام الدائم :

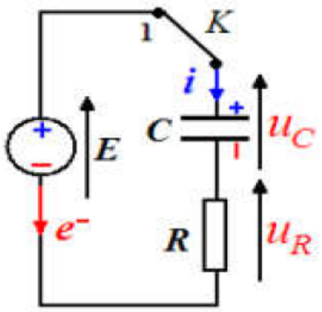
$$u_b = I_0.\left(r + R.e^{-\frac{(R+r)}{L}t}\right)$$

$$\Leftarrow u_{BC} = I_0.r = 0.1 \times 1 = 1V$$

ب- رسم كيفيا شكل البيان $u_{BC} = f(t)$:



التمرين 02:



1- نضع البادلة عند الوضع (1) في اللحظة t=0:

أ- لاحظ على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة وأسهم التوترين u_R و u_c :

ب- التعبير عن u_R و u_c بدلالة شحنة المكثفة $q = q_A$:

$u_c = \frac{q}{c}$ و $i = \frac{dq}{dt}$ ومنه : $u_R = R.i = R\frac{dq}{dt}$

- المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q

بتطبيق قانون جمع التوترات :

$u_c + u_R = E$ إذن $\frac{q}{c} + R\frac{dq}{dt} = E$ وبقسمة طرفي المعادلة على المقدار R

نحصل على المطلوب : $\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = \frac{E}{R}$

جـ - تقبل هذه المعادلة التفاضلية حلا من الشكل : $q(t) = A(1 - e^{-\alpha t})$.

-التعبير عن A و α بدلالة C ، R ، E :

$q(t) = A(1 - e^{-\alpha t}) \Longleftarrow \frac{dq}{dt} = A.\alpha e^{-\alpha t}$ نعوض المعادلة التفاضلية نجد :

$A.\alpha e^{-\alpha t} + \frac{1}{RC}A(1 - e^{-\alpha t}) = \frac{E}{R} \Longleftarrow A.e^{-\alpha t}\left(\alpha - \frac{1}{RC}\right) + \frac{A}{RC} = \frac{E}{R}$

إذن : $\alpha - \frac{1}{RC} \Longleftarrow \alpha = \frac{1}{RC}$ و $\frac{A}{RC} = \frac{E}{R} \Longleftarrow A = E.C$

أي أن : $q(t) = E.C(1 - e^{-\frac{t}{R.C}})$

د- استنتاج قيمة (E) اذا كانت قيمة التوتر الكهربائي عند نهاية الشحن بين طرفي المكثفة (5V) عندئذ التيار لا يمر لأن المكثفة مشحونة نهائيا (i=0) : $u_c = E = 5V$ ....النظام الدائم

هـ - استنتاج سعة المكثفة (C) عندما تشحن المكثفة كليا تخزن طاقة $(E_c = 5mJ)$:

$E_C = \frac{1}{2}C.u_{c\,max}^2 = \frac{1}{2}C.E^2 \Longleftarrow C = \frac{2\times E_c}{E^2} \Longleftarrow C = \frac{2\times5\times10^{-3}}{5^2} = 4\times10^{-4}F = 100\mu F$

2- نجعل البادلة الآن عند الوضع (2) :

أ- يحدث للمكثفة تفريغ كهربائي في الناقل الأومي .

ب- المقارنة بين قيمتي ثابت الزمن الموافق للوضعين (1) ثم (2) للبادلة (K) :

- ثابت الزمن في الوضع (1) للبادلة : $\tau_1 = R.C = 470\times400\times10^{-6} = 0.188s$

- ثابت الزمن في الوضع (2) للبادلة : $\tau_2 = (R + R').C = (2\times R)\times C = 2\tau_1$

- نستنتج أن ثابت الزمن لدارة التفريغ يعادل ضعف ثابت الزمن لدارة الشحن .

التمرين 03:

I 1- المعادلة التفاضلية لتطور شحنة المكثفة $q(t)$

بتطبيق قانون جمع التوترات: $u_C(t)+u_{R_1}(t)=E$ و لدينا:

$$\begin{cases} u_C(t)=\dfrac{q(t)}{C} \\ u_{R_1}(t)=R_1 i(t)=R_1\dfrac{dq(t)}{dt} \end{cases}$$

ومنه: $R_1\dfrac{dq(t)}{dt}+\dfrac{q(t)}{C}=E$ و بقسمة طرفي المساواة على R_1 نجد: $\boxed{\dfrac{dq(t)}{dt}+\dfrac{q(t)}{R_1C}=\dfrac{E}{R_1}}$

2- عبارة الثوابت A و B و α بدلالة مميزات الدارة الكهربائية.

باشتقاق عبارة الحل بالنسبة للزمن نجد: $\dfrac{dq(t)}{dt}=-\dfrac{1}{\alpha}Ae^{-\frac{t}{\alpha}}$ ، نعوض الحل و المشتقة في المعادلة التفاضلية:

$-\dfrac{1}{\alpha}Ae^{-\frac{t}{\alpha}}+\dfrac{1}{R_1C}Ae^{-\frac{t}{\alpha}}+\dfrac{1}{R_1C}B-\dfrac{E}{R_1}=0$ و منه: $\left(-\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{R_1C}\right)Ae^{-\frac{t}{\alpha}}+\dfrac{1}{R_1C}B-\dfrac{E}{R_1}=0$

حيث: $\begin{cases} -\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{R_1C}=0 \left(Ae^{-\frac{t}{\alpha}}\neq 0\right) \\ \dfrac{1}{R_1C}B-\dfrac{E}{R_1}=0 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} \dfrac{1}{\alpha}=\dfrac{1}{R_1C} \\ \dfrac{1}{R_1C}B=\dfrac{E}{R_1} \end{cases}$ اذن: $\boxed{\begin{cases} \alpha=R_1C \\ B=CE \end{cases}}$

من الشروط الابتدائية $(t=0)$ نجد: $q(0)=Ae^0+B=0$ و منه $A+B=0\Rightarrow A=-B$ ومنه: $\boxed{B=-CE}$ تصبح عبارة الحل: $q(t)=q_{max}\left(1-e^{-\frac{t}{R_1C}}\right)$ حيث $q_{max}=CE$.

3- أ- إيجاد قيمة الثابت α.

مما سبق الثابت α يمثل ثابت الزمن τ_1 وبالاعتماد على البيان نجد: $\boxed{\tau_1=2s}$

ب- إيجاد سعة المكثفة C.

لدينا: $\tau_1=R_1C$ ومنه: $C=\dfrac{\tau_1}{R_1}=\dfrac{2}{2\times10^3}$ اذن: $\boxed{C=10^{-3}F=1mF}$

ج- إيجاد قيمة القوة المحركة الكهربائية E للمولد.

لدينا: $q_{max}=CE$ و منه: $E=\dfrac{q_{max}}{C}=\dfrac{9\times10^{-3}}{10^{-3}}$ اذن: $\boxed{E=9V}$

4- عبارة شدة التيار i بدلالة شحنة المكثفة q ، ثم حساب شدة التيار عند اللحظة $t=4s$.

$i=\dfrac{dq}{dt}$ ، شدة التيار تمثل معامل توجيه المماس للمنحنى البياني $q=f(t)$.

حساب قيمته عند اللحظة $t=4s$.

$$i=\left.\frac{dq}{dt}\right|_{t=4s}=\frac{(7,8-5,3)\times10^{-3}}{4-0}$$

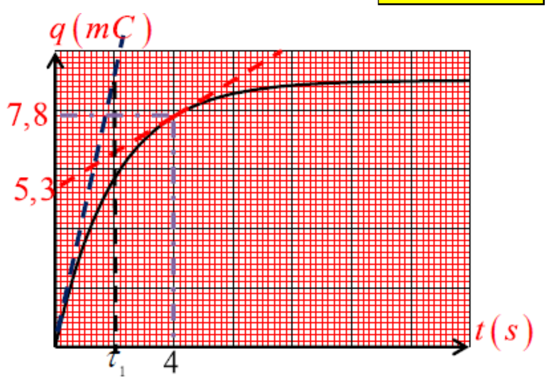
$$\boxed{i=6,25\times10^{-4}A}$$

5- حساب قيمة الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t=4s$

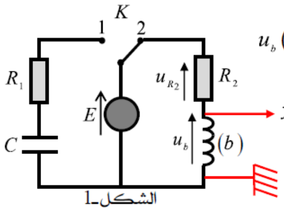
لدينا: $E_C(t)=\dfrac{1}{2}Cu_C(t)^2$ حيث: $u_C(t)=\dfrac{q(t)}{C}$

ومنه: $E_C(4s)=\dfrac{1}{2}\dfrac{q(4s)^2}{C}$ ، حيث: $E_C(4s)=\dfrac{1}{2}\dfrac{(7,8\times10^{-3})^2}{C}$

ومنه: $\boxed{E_C(4s)=0,122J}$



II 1- تبيان على الدارة كيفية ربط راسم الاهتزاز لمشاهدة التوتر بين طرفي الوشيعة $u_b(t)$.



الشكل-1

2- أ- تحديد سلم محور تراتيب المنحنى $u_b=g(t)$.

من قانون جمع التوترات عند اللحظة $t=0$: $u_b(0)+u_{R_2}(0)=E$

ومنه: $u_b(0)=E$ حيث: $u_{R_1}(0)=0$ لأن: $i(0)=0$.

اذن: $u_b(0)=E=9V$ ، من البيان: $9V\rightarrow 4,5cm$

ومنه: $\boxed{1cm\rightarrow 2V}$

ب- ايجاد شدة التيار الكهربائي I_0 في النظام الدائم.

عند بلوغ النظام الدائم يكون: $E=u_b(\max)+u_{R_2}(\max)$ و منه: $\begin{cases} u_{R_2}(\max)=E-u_b(\max) \\ u_{R_2}(\max)=R_2I_0 \end{cases}$

ومنه: $I_0=\dfrac{E-u_b(\max)}{R_2}=\dfrac{9-2}{35}$ اذن: $\boxed{I_0=0,2A}$.

3- ايجاد المعادلة التفاضلية للتيار $i(t)$.

بتطبيق قانون جمع التوترات: $u_b(t)+u_{R_2}(t)=E$ حيث: $\begin{cases} u_b(t)=L\dfrac{di(t)}{dt}+ri(t) \\ u_{R_2}(t)=R_2i \end{cases}$

ومنه: $L\dfrac{di(t)}{dt}+(R_2+r)i=E$ بالقسمة على L نجد: $\boxed{\dfrac{di(t)}{dt}+\dfrac{(R_2+r)}{L}i=\dfrac{E}{L}}$

4- إيجاد عبارة الثابتين A و τ_2 بدلالة مميزات الدارة .

باشتقاق عبارة الحل بالنسبة للزمن نجد: $\dfrac{di(t)}{dt}=\dfrac{A}{\tau_2}e^{-\frac{t}{\tau_2}}$ ، نعوض الحل و المشتقة في المعادلة التفاضلية:

$$\frac{A}{\tau_2}e^{-\frac{t}{\tau_2}}-\frac{(R_2+r)}{L}Ae^{-\frac{t}{\tau_2}}+\frac{(R_2+r)}{L}A-\frac{E}{L}=0$$

ومنه: $\left(\dfrac{1}{\tau_2}-\dfrac{(R_2+r)}{L}\right)Ae^{-\frac{t}{\tau_2}}+\dfrac{(R_2+r)}{L}A-\dfrac{E}{L}=0$ حيث: $\begin{cases} \dfrac{1}{\tau_2}-\dfrac{(R_2+r)}{L}=0\left(Ae^{-\frac{t}{\tau_2}}\neq 0\right) \\ \dfrac{(R_2+r)}{L}A-\dfrac{E}{L}=0 \end{cases}$

ومنه: $\boxed{\begin{cases} \tau_2=\dfrac{L}{R_2+r} \\ A=\dfrac{E}{R_2+r} \end{cases}}$ تصبح عبارة شدة التيار الكهربائي: $i(t)=I_0\left(1-e^{-\frac{R_2+r}{L}t}\right)$ حيث $I_0=\dfrac{E}{R_2+r}$.

5- أثبت أن عبارة التوتر $u_b(t)$ بين طرفي الوشيعة تكتب من الشكل: $u_b(t)=\dfrac{rE}{R_2+r}+\dfrac{R_2E}{R_2+r}e^{-\frac{t}{\tau_2}}$.

لدينا: $i(t)=\dfrac{E}{R_2+r}\left(1-e^{-\frac{1}{\tau_2}t}\right)$ بالاشتقاق: $\dfrac{di(t)}{dt}=\dfrac{E}{L}e^{-\frac{1}{\tau_2}t}$، ولدينا: $u_b(t)=L\dfrac{di(t)}{dt}+ri(t)$.

ومنه:

$$u_b(t)=L\frac{E}{L}e^{-\frac{t}{\tau_2}}+\frac{rE}{R_2+r}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right)=Ee^{-\frac{t}{\tau_2}}+\frac{rE}{R_2+r}-\frac{rE}{R_2+r}e^{-\frac{t}{\tau_2}}=\frac{rE}{R_2+r}+\left(E-\frac{rE}{R_2+r}\right)e^{-\frac{t}{\tau_2}}$$

$u_b(t)=\dfrac{rE}{R_2+r}+\left(E\left(\dfrac{R_2+r}{R_2+r}\right)-\dfrac{rE}{R_2+r}\right)e^{-\frac{t}{\tau_2}}$ ومنه: $\boxed{u_b(t)=\dfrac{rE}{R_2+r}+\dfrac{R_2E}{R_2+r}e^{-\frac{t}{\tau_2}}}$

6- برهن أن المماس للمنحنى $u_b=h(t)$ عند اللحظة $t=0$ يقطع المستقيم المقارب $u_b=u_b(\infty)$ في اللحظة $t=\tau_2$

ثم حدد قيمة ثابت الزمن τ_2 .

المماس عبارة عن خط مستقيم معادلته: $u_b=at+b$، عند اللحظة $t=0$: $u_b=b=E$ ، a معامل توجيه

المماس عبارته: $a=\left.\dfrac{du_b}{dt}\right|_{t=0}=-\dfrac{R_2E}{(R_2+r)\tau_2}$ ومنه: $\boxed{u_b=-\dfrac{R_2E}{(R_2+r)\tau_2}t+E}$

معادلة المستقيم المقارب $u_b=u_b(\infty)$: عند اللحظة $t\rightarrow\infty$: $\boxed{u_b=\dfrac{rE}{R_2+r}}$.

عند تقاطع المستقمين: $-\dfrac{R_2E}{(R_2+r)\tau_2}t+E=\dfrac{rE}{R_2+r}$ ومنه: $-\dfrac{R_2}{(R_2+r)\tau_2}t+1=\dfrac{r}{R_2+r}$

و منه: $\dfrac{R_2}{(R_2+r)\tau_2}t=-\dfrac{r}{R_2+r}+1=-\dfrac{r}{R_2+r}+\dfrac{R_2+r}{R_2+r}$ ومنه: $\dfrac{R_2}{(R_2+r)\tau_2}t=\dfrac{R_2}{R_2+r}$.

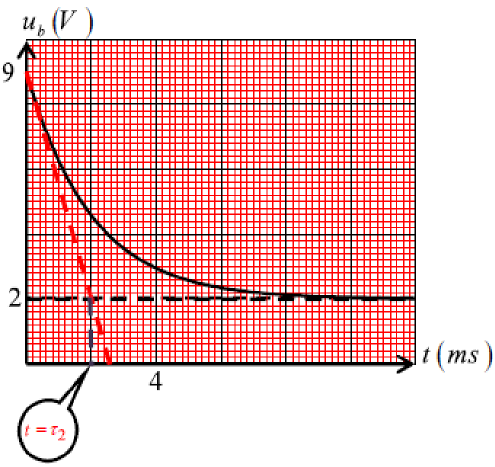
ومنه: $\frac{t}{\tau_2}=1$ اذن: $\boxed{t=\tau_2}$. من البيان نجد: $\boxed{\tau_2=2ms}$.

7ـ جد قيمة ذاتية الوشيعة L ، ثم استنتج قيمة مقاومة الوشيعة r .

لدينا: $\frac{du_b}{dt}=\frac{rE}{R_2+r}-\frac{R_2E}{L}e^{-\frac{t}{\tau_2}}$ و عند اللحظة $t=0$: $\boxed{\left.\frac{du_b}{dt}\right|_{t=0}=-\frac{R_2E}{(R_2+r)\tau_2}=-\frac{R_2E}{L}........(1)}$

$\left.\frac{du_b}{dt}\right|_{t=0}$ يمثل معامل توجيه المماس حيث: $\boxed{\left.\frac{du_b}{dt}\right|_{t=0}=-\frac{9-2}{(0-2)\times10^{-3}}=-3,5\times10^{3}V\ s^{-1}......(2)}$

بالمطابقة بين العلاقة (1) و (2) نجد: $-\frac{R_2E}{L}=-3,5\times10^{-3}$ ومنه: $L=\frac{R_2E}{3,5\times10^3}=\frac{35\times9}{3,5\times10^3}$ اذن: $\boxed{L=90mH}$



استنتاج قيمة r:

لدينا: $\tau_2=\frac{L}{R_2+r}$ و منه: $r=\frac{L}{\tau_2}-R_2=\frac{90\times10^{-3}}{2\times10^{-3}}-35$ اذن: $\boxed{r=10\Omega}$

8ـ برهن أن زمن وصول الطاقة المخزنة في الوشيعة إلى النصف هو: $t_{1/2}=\tau_2\ln\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\right)$.

لدينا: $E_b=\frac{1}{2}Li^2$ ومنه: $E_b=\frac{1}{2}L\left(I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right)\right)^2=\frac{1}{2}LI_0^2\left(1-e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right)^2$ ومنه: $E_b=E_b(max)\left(1-e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right)^2$

حيث: $E_b(max)=\frac{1}{2}LI_0^2$.

عند اللحظة $t=t_{1/2}$: $E_b=\frac{E_b(max)}{2}=E_b(max)\left(1-e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau_2}}\right)^2$ ومنه: $\frac{1}{2}=\left(1-e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau_2}}\right)^2$ ومنه: $\sqrt{\frac{1}{2}}=1-e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau_2}}$

و منه: $1-\sqrt{\frac{1}{2}}=e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau_2}}$ و منه: $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}=e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau_2}}$ بالادخال ln على طرفي المساواة نجد: $-\frac{t_{1/2}}{\tau_2}=\ln\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right)$

ومنه: $\frac{t_{1/2}}{\tau_2}=\ln\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\right)$ اذن: $\boxed{t_{1/2}=\tau_2\ln\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\right)}$ و هو المطلوب.